UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD. CURSO 2000-2001. MATEMÁTICAS II

Instrucciones

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. (a) [1'25 puntos] Determina el valor de las constantes a y b sabiendo que la gráfica de la función $f:\mathfrak{R}\to\mathfrak{R} \text{ definida por } f(x)=\begin{cases} e^{-x} & \text{si} & x\leq 0\\ ax+b & \text{si} & x>0 \end{cases}$ admite recta tangente en el punto (0,1).

(b) [1'25 puntos] ¿Existen constantes c y d para las cuales la gráfica de la función $g:\Re\to\Re$ definida por g(x) = $\begin{cases} e^{-x} & \text{si} & x\leq 0\\ cx^2+d & \text{si} & x>0 \end{cases}$ admite recta tangente en el punto (0,1)? (justifica la respuesta)

Ejercicio 2. Calcula

(a) [1'25 puntos]
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$$

(b) [1'25 puntos]
$$\lim_{x \to \infty} x^2 \cdot e^{-3x}$$

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determina la matriz X tal que AX – 3B = O, siendo A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -7 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Halla las coordenadas del punto simétrico de A(0,-1,1) con respecto a la recta $\frac{x-5}{2} = y = \frac{z-2}{3}$

Opción B

Ejercicio 1. Sea $f: \Re \to \Re$ la función definida por $f(x) = -2x^3 - 9x^2 - 12x$

- (a) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.
- (b) [1'5 puntos] Determina los extremos relativos α y β de f con α < β y calcula $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina las dimensiones de una puerta formada por un rectángulo y un semicírculo (como en la figura), sabiendo que es la que tiene un perímetro mínimo entre las que tienen área igual a 2 m^2 .



Ejercicio 3. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- (a) [1'5 puntos] Calcula el detreminante de las matrices: 2A, A³¹ y (A³¹) -1.
- (b) [1 punto] Halla la matriz A^{-1} .

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla el punto de la recta $x = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$ que equidista del `punto A(1,2,1) y del origen de coordenadas